**Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича**  
(повне найменування закладу вищої освіти)  
**Факультет математики та інформатики**

(назва інституту/факультету)  
**Кафедра диференціальних рівнянь**  
(назва кафедри)

**СИЛАБУС  
 навчальної дисципліни  
Варіаційне числення та методи оптимізації**

(вкажіть назву навчальної дисципліни (іноземною, якщо дисципліна викладається іноземною мовою))  
*(вибіркова)*

(вказати: обов’язкова)

**Освітньо-професійна програма** Інформатика та математика

(назва програми)  
**Предметна спеціальність**  014.09 Середня освіта (Математика)

(вказати: код, назва)  
**Галузь знань 01** Освіта/Педагогіка  
 (вказати: шифр, назва)  
**Рівень вищої освіти** перший (бакалаврський)

(вказати: перший (бакалаврський)/другий (магістерський)/третій (освітньо-науковий)

факультет математики та інформатики

(назва факультету/інституту, на якому здійснюється підготовка фахівців за вказаною освітньо-професійною програмою)  
   
**Мова навчання *українська***

(вказати: на яких мовах читається дисципліна)

# **Розробник:** Перун Г.М., доцент кафедри диференціальних рівнянь, кандидат фіз.-мат. наук (вказати авторів (викладач (ів)), їхні посади, наукові ступені, вчені звання) **Профайл викладача**

# [http://www.difeq.chnu.edu.ua/index.php?page=ua/02personnel&data[1441][caf\_pers\_id]=50&commands[1441]=item](http://www.difeq.chnu.edu.ua/index.php?page=ua/02personnel&data%5b1441%5d%5bcaf_pers_id%5d=50&commands%5b1441%5d=item)

**Контактний тел.*0372584864***

**E-mail:** [g.perun@chnu.edu.ua](mailto:g.perun@chnu.edu.ua)

**Сторінка курсу в Moodle** [**https://moodle.chnu.edu.ua/course/view.php?id=5095**](https://moodle.chnu.edu.ua/course/view.php?id=5095)  
**Консультації** *Залежно від форми навчання*

**1. Анотація дисципліни (призначення навчальної дисципліни).**

Вибіркова навчальна дисципліна, яка об’єднує екстремальні задачі математичного програмування, класичного варіаційного числення, сучасні дослідження теорії оптимального керування.

**2. Мета навчальної дисципліни:** Студенти повинні ознайомитись з історією виникнення і опанувати методикою дослідження основних екстремальних задач варіаційного числення, нелінійного і лінійного програмування та задач математичної теорії оптимального керування.

**3. Пререквізити.** Шкільний курс математики, аналітична геометрія та лінійна алгебра, математичний аналіз, теорія міри та інтеграла, функціональний аналіз, диференціальні рівняння, рівняння з частинними похідними.

**4. Результати навчання.**

**Компетентності**, що будуть сформовані за результатами вивчення курсу.

***Загальні компетентності***

ЗК1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу, до застосування знань у практичних ситуаціях.

***Спеціальні (фахові, предметні) компетентності***

ФК1. Здатність перенесення системи наукових знань у професійну діяльність та в площину навчального предмету.

**Студент повинен уміти**

ПК3. Здатність до використання сучасних методів розробки та

дослідження алгоритмів розв'язування задач у моделюванні об'єктів і

процесів та реалізації цих алгоритмів сучасними мовами програмування.

ПК6. Здатність розв’язувати задачі шкільного курсу інформатики різного

рівня складності, аналізувати та оцінювати ефективність розв'язку та

формувати відповідні вміння в учнів.

**5. Опис навчальної дисципліни**

**5.1. Загальна інформація**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Форма навчання | Рік підготовки | Семестр | Кількість | | Кількість годин | | | | | | Вид підсумко  вого контролю |
| кредитів | годин | лекції | практичні | семінарські | лабораторні | самостійна робота | індивідуальні завдання |
| Денна | 4 | 7 | 3 | 90 | 45 | 30 | – | – | 25 | – | екзамен |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**5.2. Дидактична карта навчальної дисципліни**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Назви змістових модулів | Кількість годин | | | | | | | | | | | | | | |
| Денна форма | | | | | | Заочна форма | | | | | | | | |
| Усьо­го | | У тому числі | | | | Усьо­го | | | У тому числі | | | | | |
|  | | л | п | інд | с.р. |  | | | л | п | | інд | | с.р. |
| 1 | 2 | | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | | | 8 | 9 | | 10 | | 11 |
| **Змістовий модуль 1.** Екстремальні задачі математичного програмування | | | | | | | | | | | | | | | |
| **Тема 1.** Типові задачі оптимізації: ізопериметричні задачі, задача про раціон, транспортна задача, задачі про брахистохрону та оптимальну швидкодію. Структура курсу, його роль і застосування у системі математичних дсциплін | 4 | 3 | |  |  | 1 |  |  | | |  | | |  |  |
| **Тема 2.** Мінімізація функцій однієї і багатьох змінних. Необхідні і достатні умови. | 6 | 3 | | 2 |  | 1 |  |  | | |  | | |  |  |
| **Тема 3.** Гладкі задачі на умовний мінімум. Метод множників Лагранжа і виключення. Випадки обмежень з рівностями і нерівностями. | 8 | 3 | | 4 |  | 1 |  |  | | |  | | |  |  |
| **Тема 4.** Елементи опуклого аналізу. Опуклі множини і функції. | 6 | 3 | | 2 |  | 1 |  |  | | |  | | |  |  |
| **Тема 5.** Задачі опуклого програмування. Теорема Куна-Таккера. Лінійне програмування: теорема існування і теореми двоїстості. Симплекс-метод розв’язування задач лінійного програмування | 6 | 3 | | 2 |  | 1 |  |  | | |  | | |  |  |
| **Разом за змістовим модулем 1** | **30** | **15** | | **10** |  | **5** |  |  | | |  | | |  |  |
| **Змістовий модуль 2.** Класичне варіаційне числення та методи оптимізації | | | | | | | | | | | | | | | |
| **Тема 6.** Функціонали на нормованому просторі. Поняття, умови мінімуму, першу і другу варіації. Задача Лагранжа на множині з закріпленими кінцями. Рівняння Ейлера- необхідна умова екстремуму функціонала. | 7 | | 4 | 2 |  | 1 |  | |  | | |  | |  |  |
| **Тема 7.** Теореми про необхідні і достатні умови екстремуму  функціонала | 7 | | 4 | 2 |  | 1 |  | |  | | |  | |  |  |
| **Тема 8.** Ізопериметрична задача. Метод множників Лагранжа. | 8 | | 4 | 3 |  | 1 |  | |  | | |  | |  |  |
| **Тема 9.** Задачі про дифракцію світла і профіль пружної балки. Задачі для функціоналів, що залежать від багатьох змінних, старших похідних і частинних похідних. | 8 | | 4 | 3 |  | 1 |  | |  | | |  | |  |  |
| **Тема 10.** Задачі з рухомими межами, умови трансверсальності. | 7 | | 4 | 2 |  | 1 |  | |  | | |  | |  |  |
| **Тема 11.** Ламані екстремалі, умови Вейєрштрасса-Ердмана. | 6 | | 3 | 2 |  | 1 |  | |  | | |  | |  |  |
| **Тема 12.** Постановка основних задач оптимального керування. Принцип максимуму Понтрягіна для задачі Майєра і Больца. Приклади: задача про м'яку посадку на Місяць, навігаційна задача керування кораблем, виведення супутника на кругову орбіту Землі. | 9 | | 4 | 3 |  | 2 |  | |  | | |  | |  |  |
| **Тема 13.** Динамічне програмування. Задача про розподіл ресурсів. Рівняння Белмана для задачі Майєра. Критерії оптимальності, розв’язки задач Лагранжа, Больца, Майєра**.** | 8 | | 3 | 3 |  | 2 |  | |  | | |  | |  |  |
| Разом за змістовим модулем 2 | **60** | | **30** | **20** |  | **10** |  | |  | | |  | |  |  |
| **Усього** | **90** | | **45** | **30** |  | **15** |  | |  | | |  | |  |  |
|  | | | | | | | | | | | | | | | |

**5.3. Теми практичних занять**

|  |  |
| --- | --- |
| № | Назва теми |
| 1 | Екстремум ( безумовний) функцій однієї та багатьох змінних |
| 2 | Екстремум функцій з обмеженнями, заданими рівностями |
| 3 | Мінімізація функцій з обмеженнями, заданими нерівностями |
| 4 | Задачі опуклого програмування |
| 5 | Графічний метод роз’язування задач лінійного програмування |
| 6 | Симплекс-метод роз’язування задач лінійного програмування |
| 7 | Найпростіша задача варіаційного числення. Необхідні та достатні умови слабкого та сильного екстремуму функціонала типу інтеграла |
| 8 | Узагальнення найпростішої варіаційної задачі |
| 9 | Ізопериметричні задачі |
| 10 | Варіаційні задачі з рухомими межами |
| 11 | Ламані екстремалі. Умови Вейєрштраса-Ердмана |
| 12 | Задача Лагранжа й оптимальне керування |
| 13 | Принцип максимуму Понтрягіна |
| 14 | Метод динамічного програмування |

**5.4. Перелік питань для самостійної роботи**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. | Екстремум функції однієї змінної та безумовний екстремум функції багатьох змінних. | 1 |  |
| 2. | Задачі з рівностями. Метод виключення, метод множників Лагранжа. | 1 |  |
| 3. | Задачі з нерівностями. Метод множників Лагранжа. | 1 |  |
| 4. | Опуклі множини і функції. | 1 |  |
| 5. | Графічний та симплекс методи розв’язування задач лінійного програмування для двох і багатьох змінних. | 1 |  |
| 6. | Необхідні і достатні умови екстремуму задачі Лагранжа для функціоналів. | 1 |  |
| 7. | Задачі для функціоналів, що залежать від багатьох змінних, старших похідних і частинних похідних. | 1 |  |
| 8. | Задачі з рухомими межами, умови трансверсальності. | 1 |  |
| 9. | Ламані екстремалі, умови Вейєрштрасса-Ердмана. | 1 |  |
| 10. | Задачі Лагранжа і оптимальне керування. Метод множників Лагранжа. | 1 |  |
| 11. | Принцип максимуму Понтрягіна задачі Майєра. | 2 |  |
| 12. | Метод динамічного програмування в задачах Лагранжа, Майєра, Больца. | 2 |  |

**6. Система контролю та оцінювання**

Критерієм успішного проходження здобувачем освіти підсумкового оцінювання є досягнення ним мінімальних порогових рівнів оцінок за кожним запланованим результатом навчання навчальної дисципліни.

**Шкала оцінювання: національна та ЄКТС**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Оцінка за національною шкалою** | **Оцінка за шкалою ECTS** | |
| **Оцінка (бали)** | **Пояснення за**  **розширеною шкалою** |
| **Відмінно** | A (90-100) | Відмінно |
| **Добре** | B (80-89) | дуже добре |
| C (70-79) | Добре |
| **Задовільно** | D (60-69) | Задовільно |
| E (50-59) | Достатньо |
| **Незадовільно** | FX (35-49) | (незадовільно)  з можливістю повторного складання |
| F (1-34) | (незадовільно)  з обов'язковим повторним курсом |

**Засоби оцінювання**

Засобами оцінювання тадемонстрування результатів навчання є:

* колоквіум, який проводиться після закінчення розділу ” Варіаційне числення”.
* перевірка та оцінювання індивідуальних домашніх самостійних робіт до кожної теми.

**Форми поточного та підсумкового контролю**

Форма підсумкового контролю: екзамен.

**Розподіл балів, які отримують студенти**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поточне оцінювання (7-ий семестр) | | | | | | | | | | | | | Кількість балів (екзамен) | Сумарна  к-ть балів |
| Модуль 1 | | | | | Модуль 2 | | | | | | | | 40 | 100 |
| Т1 | Т2 | Т3 | Т4 | Т5 | Т6 | Т7 | Т8 | Т9 | Т10 | Т 11 | Т12 | Т13 |
| **5** | **5** | **5** | **5** | **5** | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 |

**Т1, Т2, ... ,Т13 – теми змістових модулів.**

**7. Рекомендована література**

1. Моклярчук М.П. Варіаційне числення. Екстремальні задачі.– К.: Либідь, 2008. – 324с.
2. А. Коша. Варіаційне числення. – К.: Вища школа, 1983. – 275 с.
3. В.С. Григорків, М.В.Бойчук. Практикум з математичного програмування. Учбовий посібник для студентів економічних спеціальностей вузів.—Чернівці: Прут,1995.—244 с.
4. Цегелик Г.Г. Лінійне програмування.—Львів: Світ,1995.—216 с.

5. Матійчук М.І., Ленюк О.М., Перун Г.М. Варіаційне числення і методи оптимізації // Методичні рекомендації та завдання для лабораторних робіт. – Чернівці: Рута, 2009. – 96 с.